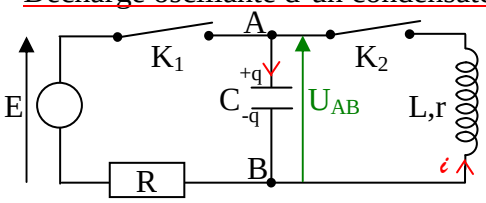
Circuit RLC série

Décharge oscillante d'un condensateur dans une bobine :



Fonction sinus amorti

$Y = Y_0 + Y_m \exp(-2\pi m F_0 X) \sin(2\pi F_0 X + \varphi)$

C chargé $\quad q = Cu_{AB} \quad i = \frac{dq}{dt} \quad u_{AB} = -L\frac{di}{dt} - ri$

si r = 0 : $i = C\frac{du_{AB}}{dt}$; $\frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_{AB}}{dt^2}$; $u_{AB} = -LC\frac{d^2u_{AB}}{dt^2}$; $u_{AB} + LC\frac{d^2u_{AB}}{dt^2} = 0$ donc $\boxed{\frac{d^2u_{AB}}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_{AB} = 0}$

Solution $\Rightarrow u_{AB} = U\sin(2\pi f_0 t + \varphi)$; $\frac{d^2u_{AB}}{dt^2} = -4\pi^2 f_0^2 u_{AB}$ d'où $\frac{1}{LC} = 4\pi^2 f_0^2$ donc $\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{LC}}$

Si r ≠ 0 : Il y a amortissement, dissipation de l'énergie par effet Joule.

$i = C\frac{du_{AB}}{dt}$; $\frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_{AB}}{dt^2}$; $u_{AB} = -L\frac{di}{dt} - ri = -LC\frac{d^2u_{AB}}{dt^2} - rC\frac{du_{AB}}{dt}$ d'où $LC\frac{d^2u_{AB}}{dt^2} + rC\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0$

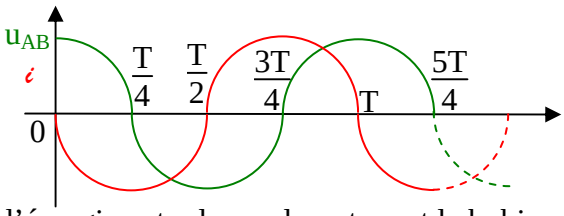
donc $\boxed{\frac{d^2u_{AB}}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_{AB}}{dt} + \frac{1}{LC}u_{AB} = 0}$

Etude énergétique : à t = 0, condensateur chargé, courant nul.

$u_{AB} = U\sin(2\pi f_0 t + \varphi)$ et $q = Cu_{AB}$ et $i = \frac{dq}{dt} = \frac{2\pi}{T_0}CU\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) = I_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

$\boxed{\mathcal{E}_c = \frac{1}{2}CU^2}$ $\boxed{\mathcal{E}_L = \frac{1}{2}LI^2}$

r = 0 : $\left(I_m = \frac{2\pi}{T_0}CU\right)$

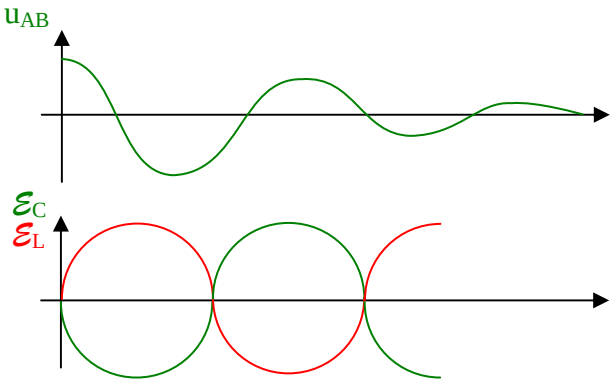


t	0		T/4		T/2		3T/4		T
u_{AB}	U	Décharge ↘	0	↘ Recharge inverse	-U	Décharge inverse ↗	0	↗ Recharge	U
i	0	↘	-I	↗	0	↗	+I	↘	0
	$q_A = +q$ $q_B = -q$		$q_A = 0$ $q_B = 0$		$q_A = -q$ $q_B = +q$		$q_A = 0$ $q_B = 0$		$q_A = +q$ $q_B = -q$

⇒ Transferts d'énergie entre le condensateur et la bobine.
⇒ L'intensité et la tension sont en quadrature de phase.
⇒ L'intensité est en avance d'un quart de période sur la tension.

$\boxed{\mathcal{E} = \mathcal{E}_C + \mathcal{E}_L = \frac{1}{2}CU^2 + \frac{1}{2}LI^2}$ Il y a deux transferts par période.

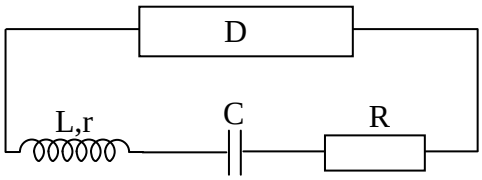
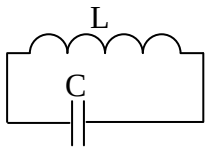
r ≠ 0 : $\boxed{P_J = ri^2}$ (résistance circuit ≈ frottements)



Entretient des oscillations :
Il faut apporter au circuit la même quantité d'énergie que ce qu'il perd par effet Joule.

$u_C + u_L + u_R + u_D = 0 \Rightarrow u_D = -u_R$ (car $u_C = -u_L$)

$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}CU_m^2 = \frac{1}{2}LI_m^2 = \frac{1}{2}\frac{Q_m^2}{C}$



⇔