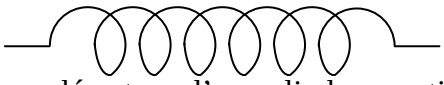
Auto-induction dans une bobine, Circuits RL

Phénomène d'induction :



Un fil conducteur enroulé autour d'un cylindre constitue une bobine. Quand on approche ou déplace un aimant à l'intérieur (ou au voisinage) de la bobine, il apparaît aux bornes de la bobine une tension appelée force électromotrice d'induction. Si la bobine est en circuit fermé, cette force créé un courant électrique induit. → Base des alternateurs, des centrales, de la civilisation.

⚠ Ce n'est pas la présence mais la variation du champ magnétique qui créé le courant.
Les polarités de l'aimant jouent un rôle sur le sens du courant.

N.B. : Bobine dans le circuit ⇒ .lampe s'allume avec retard ($t = 0 i = 0$; $t = \theta$ $i = I_0$)
.bobine restitue l'énergie accumulée, à l'ouverture du circuit.

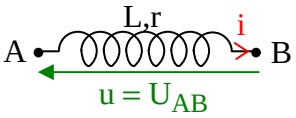
⇒ La bobine n'est pas un simple conducteur ohmique.

Caractéristiques d'une bobine :

résistance r en Ω (Ohm) — L,r

inductance L en H (Henry) — L (r = 0) inductance pure

Loi de fonctionnement :



$$\boxed{U_{AB} = ri + L\frac{di}{dt}}$$ "Loi d'Ohm pour une bobine"

régime permanent : $i = I_0 \Rightarrow \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow u_{AB} = rI_0 \Rightarrow$ bobine = simple conducteur ohmique.

régime variable : i varie $\Rightarrow \frac{di}{dt} \neq 0 \Rightarrow$ bobine ≠ simple conducteur ohmique

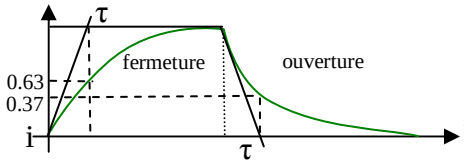
Energies : bobine = réservoir d'énergie. $\boxed{\mathcal{E} = \frac{1}{2} L I^2}$ ou $\boxed{\mathcal{E} = \frac{1}{2} L i^2}$

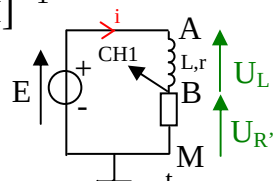
J H A J H A

Dimensions : τ est la constante de temps du dipôle RL. Régime permanent atteint à 5τ.
Méthodes de déterminations graphiques identiques aux circuits RC.

$$\boxed{\tau = \frac{L}{R}} \quad [L] = \frac{[u]}{\left[\frac{di}{dt}\right]} = [U][T][I]^{-1} \quad [R] = \frac{[U]}{[I]} = [U][I]^{-1} \text{ donc } \left[\frac{L}{R}\right] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{[U][I]^{-1}[T]}{[U][I]^{-1}} = [T] \rightarrow \tau = \text{temps}$$

Réponse à un échelon de tension : Régime transitoire / Régime permanent





additivité des tensions → équadiff → solution du type : $Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$

$$\boxed{i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$ (avec $R = r + r'$; puis $t = 0$)

V A Ω

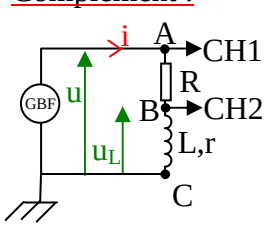
$$L\frac{di}{dt} + (r + r')i = E \;//\; L\frac{di}{dt} + (r + r')i = 0 \text{ d'où } B = \frac{E}{R} \;//\; B = 0$$

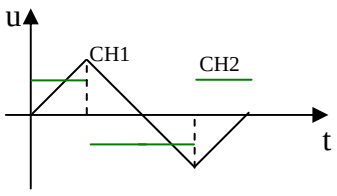
$$(r + r')I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} - L\frac{I_0}{\tau} = 0 \Leftrightarrow I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}\left(r + r' - \frac{L}{\tau}\right) = 0 \Leftrightarrow r + r' = \frac{L}{\tau} \Leftrightarrow \tau = \frac{L}{r + r'} \Leftrightarrow \tau = \frac{L}{R}$$

Résolution : $u = L\frac{di}{dt} + Ri \Leftrightarrow \frac{U}{R} = i + \frac{L}{R}\frac{di}{dt}$ $\boxed{\text{solution } i = Ae^{-\alpha t} + B}$

$$\Rightarrow \frac{U}{R} = \left(Ae^{-\alpha t} + B\right) + \frac{L}{R}\left(-\alpha Ae^{-\alpha t}\right) = Ae^{-\alpha t}\left(1 - \alpha\frac{L}{R}\right) + B \Rightarrow \alpha = \frac{R}{L} ; B = \frac{U}{R} \quad \text{(puis t=0 pour A)}$$

Complément :





CH2 constant car négligeable donc $u_L = L\frac{di}{dt}$

$\frac{di}{dt}$ en $A.s^{-1}$ Analyser par demi-période.

ex : sur $\left[0;\frac{T}{2}\right]$ $i = -\alpha t + B$ et $\frac{di}{dt} = -\alpha$

N.B. : Pb de masses flottantes ou non reliées…