

Les lois de Kepler

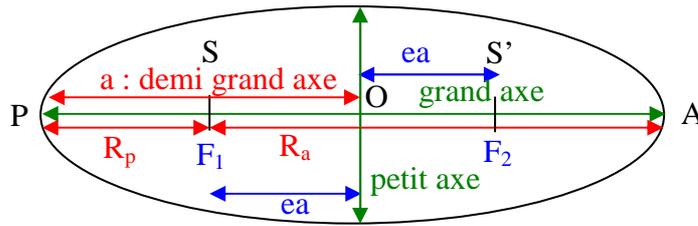
L'ellipse :

P : périhélie

A : aphélie

e : excentricité

a : demi grand-axe



F₁ et F₂ foyers, dont un est l'astre attracteur.

$$SM + S'M = 2a \quad m$$

$$R_p + R_a = 2a \quad m$$

$$F_1O = F_2O$$

$$e = \frac{ea}{a} = \frac{SO}{PO} \quad m$$

$$0 \leq e < 1$$

Les 3 lois :

1^{ère} loi : Les planètes se déplacent sur des ellipses dont l'astre attracteur est l'un des foyers.

2^{ème} loi : Le rayon vecteur $r = SM$ balaye des aires égales en des temps égaux.

3^{ème} loi : Le carré de la période est proportionnel au cube du demi grand-axe :

$$\frac{T^2}{a^3} = k \quad \text{et} \quad k = \frac{4\pi^2}{GM_S} \quad \emptyset \quad k \text{ dépend de l'astre attracteur.}$$

$s^2 \cdot m^{-3}$ $N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$ kg

N.B : On peut parfois simplifier le calcul en choisissant certaines unités. (année, U.A., ...)

1 jour sidéral = 86164 s

1 U.A. = d (Terre ; Soleil) = $1,50 \cdot 10^{11}$ m = 150 000 km

Rappel sur la gravitation :

S : soleil ; P : planète

$$\vec{F}_{SP} = -G \frac{M_S M_P}{r^2} \vec{u}_{SP}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

De Newton à Kepler : $\vec{F}_{SP} = m\vec{a}$

$$\vec{a} = -\frac{GM_S}{r^2} \vec{u}_{SP}$$

⇒ Direction radiale et accélération centripète. (par S et vers S)

Avec la Base de Frénet : $\vec{a} = a_T \vec{T} + a_N \vec{N} = \frac{dv}{dt} \vec{T} + \frac{v^2}{R} \vec{N}$

Si e faible, trajectoire ≈ cercle = planètes du système solaire sauf Mercure. donc $\frac{dv}{dt} = 0$

$$v = \sqrt{\frac{GM_S}{r}} \quad \text{et} \quad T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S}$$

$$GM_T = g_0 R_T^2$$

+ Revoir Chap 5

$$\text{car } g(0) = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

Satellites terrestres : $v = R_T \sqrt{\frac{g_0}{R_T + z}}$

⇒ v ne dépend pas de la masse, mais que de l'altitude z.

Si $z \uparrow, v \downarrow$

$$T = 2\pi \frac{(R_T + z)^{\frac{3}{2}}}{R_T \sqrt{g_0}}$$

$$g_0 = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, \quad R_T = 6,4 \times 10^6 \text{ m}, \quad T = 86 \, 160 \text{ s}$$

$$M_T = 6 \times 10^{24} \text{ kg}, \quad M_S = 2 \times 10^{30} \text{ kg}, \quad R_S = 7 \times 10^5 \text{ km}$$

Satellites géostationnaires : Toujours à la verticale d'un point de la Terre, dans le plan équatorial, tourne autour de l'axe des pôles avec la même vitesse angulaire que la Terre (35 600 km)

Impesanteur : (≠ apesanteur) Ex : L'astronaute a même accélération que la navette spatiale.

