Formulaire d'électrostatique

Champ électrostatique

Créé par une particule:

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{u}$$

Créé par n charges ponctuelles:

$$\vec{E}(M) = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i}{r_i^2}\vec{u_i}$$

Créé par une distribution continue:

$$\vec{E}(M) = \int \overrightarrow{dE}(M) \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{dE}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\vec{u}$$

Distributions de charges :

linéique : $dq = \lambda\, dl$

surfacique : $dq = \sigma\, d^2S$

volumique : $dq = \rho\, d^3V$

Potentiel électrostatique

Créé par une charge ponctuelle

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} + V_0$$

Créé par n charges ponctuelles

$$V(M) = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i}{r_i} + V_0$$

Créé par une distribution continue

$$V(M) = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} + V_0$$

Conducteurs en équilibre

Champ à proximité (Th de Coulomb) :

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}$$

Capacité d'un conducteur isolé :

$$C = \frac{Q}{V} \quad \text{où} \quad Q = \iint_{\text{Surface}} \sigma\, d^2S$$

Coefficients d'influence (n conducteurs) :

$$Q_i = \sum_{j=1}^{n} C_{ij}V_j \quad \text{avec} \quad C_{ij} = C_{ji}$$

Capacité d'un condensateur

$$C = \frac{Q}{U} \quad \text{où} \quad U = V_1 - V_2$$

Propriétés fondamentales

Flux (Th. de Gauss) :

$$\Phi = \oiint_S \vec{E}\cdot\overrightarrow{dS} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

Circulation :

$$V(A) - V(B) = \int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl} \qquad \left(\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V\right)$$

Energie potentielle électrostatique

D'une charge ponctuelle :

$$W_e = qV$$

D'un conducteur isolé :

$$W_e = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2$$

D'un système de n conducteurs :

$$W_e = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}Q_iV_i$$

Force électrostatique

Sur une particule chargée (Coulomb)

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Sur un conducteur <u>en équilibre</u>

$$\vec{F} = \iint_S \overrightarrow{d^2F} = \iint_S \sigma\overrightarrow{E_{ext}}\, d^2S = \iint_S P d^2S\vec{n}$$

Expression via l'énergie (condensateur)

$$\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, W_e\left(= \frac{U^2}{2}\overrightarrow{\text{grad}}\, C\right)$$

Dipôle électrostatique

Moment dipolaire électrique :

$$\vec{p} = q\vec{d}$$

Potentiel à grande distance :

$$V(M) = \frac{\vec{p}\cdot\vec{u_\rho}}{4\pi\varepsilon_0\,\rho^2}$$

Energie électrostatique

$$W_e = -\vec{p}\cdot\overrightarrow{E_{ext}}$$

Force et moment électrostatiques

$$\vec{F} = \overrightarrow{grad}\left(\vec{p}\cdot\overrightarrow{E_{ext}}\right) \quad \text{et} \quad \vec{\Gamma} = \vec{p}\wedge\overrightarrow{E_{ext}}$$

Electrocinétique

Densité de courant

$$\vec{j} = \sum_{\alpha} n_\alpha q_\alpha \overrightarrow{v_\alpha}$$

Courant

$$I = \frac{dQ}{dt} = \iint_{Section} \vec{j} \cdot \overrightarrow{d^2S}$$

Loi d 'Ohm locale

$\vec{j} = \gamma \vec{E}$ (γ conductivité, $\eta = 1/\gamma$ résistivité)

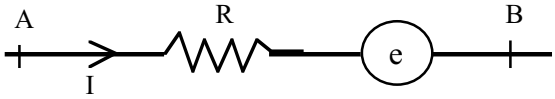
Résistance d'un conducteur

$$R = \frac{V_A - V_B}{I} = \frac{\int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl}}{\iint_S \gamma \vec{E} \cdot \overrightarrow{d^2S}}$$

Force électromotrice (fém) entre A et B

$$e = \int_A^B \frac{\vec{F}}{q} \cdot \vec{dl} = \int_A^B \overrightarrow{E_m} \cdot \vec{dl}$$

Bilan de puissance d'une portion de circuit



$U = V_A - V_B = RI - e$

$P = UI$, puissance disponible entre A et B

$P_J = RI^2$, puissance dissipée par effet Joule

$P = eI$, puissance fournie (générateur si $e > 0$)

ou consommée (récepteur si $e < 0$)

Lois de conservation

- Loi des nœuds

$$\sum I_{entrants} = \sum I_{sortants}$$

- Loi des mailles

$$\sum_{k=1}^{n} \left(R_k I_k - e_k \right) = 0$$